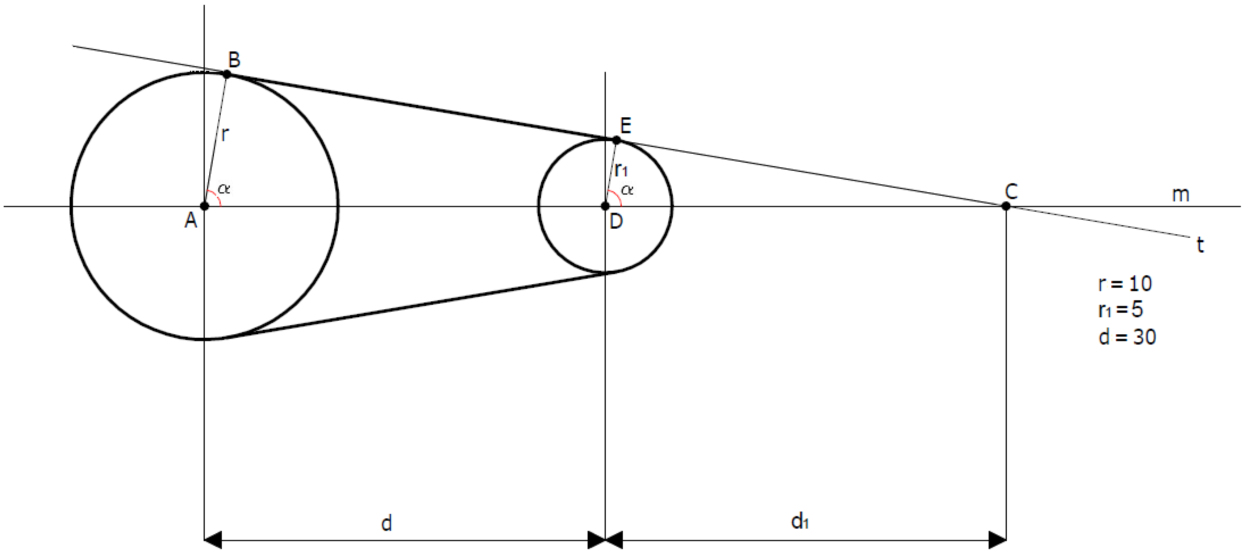
Calcolo degli angoli di aderenza sulle pulegge

Negli esempi di seguito vengono mostrati dei possibili metodi per calcolare gli angoli di avvolgimento sulle pulegge.

Esempio 1

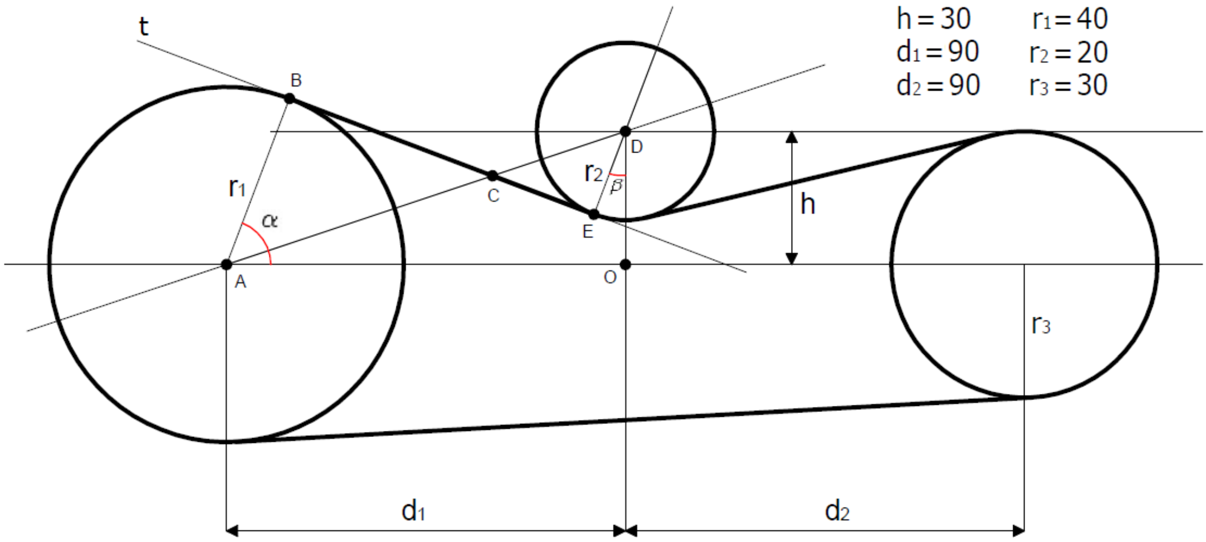


I segmenti **AB** ***(r)*** e **DE** ***(r_1)*** sono perpendicolari alla tangente **t**, di conseguenza formano entrambi l' angolo α con la retta **m**.
Avremo quindi i due triangoli rettangoli **ABC** e **CDE**, tra loro simili. Applicando i criteri di similitudine ricaviamo l' equazione che ci permette di calcolare **d_1**:

$$\frac{r}{d+d_1} = \frac{r_1}{d_1} \qquad \frac{10}{30+d_1} = \frac{5}{d_1} \qquad d_1 = 30$$

$$cos\alpha = \frac{r_1}{d_1} = \frac{5}{30} = 0,17 \qquad \alpha = 80,4^o$$

Esempio 2



Le distanze **h** e **d_1** sono i cateti del triangolo rettangolo A0D. Calcoliamo quindi il segmento **AD**:

$$AD = \sqrt{OD^2 + AO^2} = \sqrt{30^2 + 90^2} = 94,87$$

Il tratto di cinghia **BE** giace sulla retta **t**, tangente alle pulegge di raggio **r_1** ed **r_2**; i segmenti **AB** *(r_1)* e **DE** *(r_2)* sono perpendicolari a tale retta.

I triangoli rettangoli **ABC** e **DEC** sono simili in quanto hanno in comune l' angolo opposto al vertice **C**.
Il rapporto tra le due ipotenuse **AC** e **CD** corrisponde al rapporto tra i segmenti **r_1** ed **r_2** ; la loro somma è il segmento **AD**:

$$\frac{AC}{CD} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{40}{20} = 2 \qquad CD = \frac{94,87}{3} = 31,62$$

$$AC + CD = 94,87 \qquad AC = 31,62 \cdot 2 = 63,25$$

Calcoliamo l' angolo $\widehat{CAB} = \widehat{CDE}$

$$cos\widehat{CAB} = \frac{AB}{AC} = \frac{40}{63,25} = 0,63$$

$$\widehat{CAB} = \widehat{CDE} = 50,77^o$$

Calcoliamo gli angoli del triangolo rettangolo **AOD**:

$$cos\widehat{OAD} = \frac{AO}{AD} = \frac{90}{94,87} = 0,948$$

$$\widehat{OAD} = 18,44^o \quad \widehat{ADO} = 90 - 18,44 = 71,56^o$$

A questo punto calcoliamo gli angoli β, α

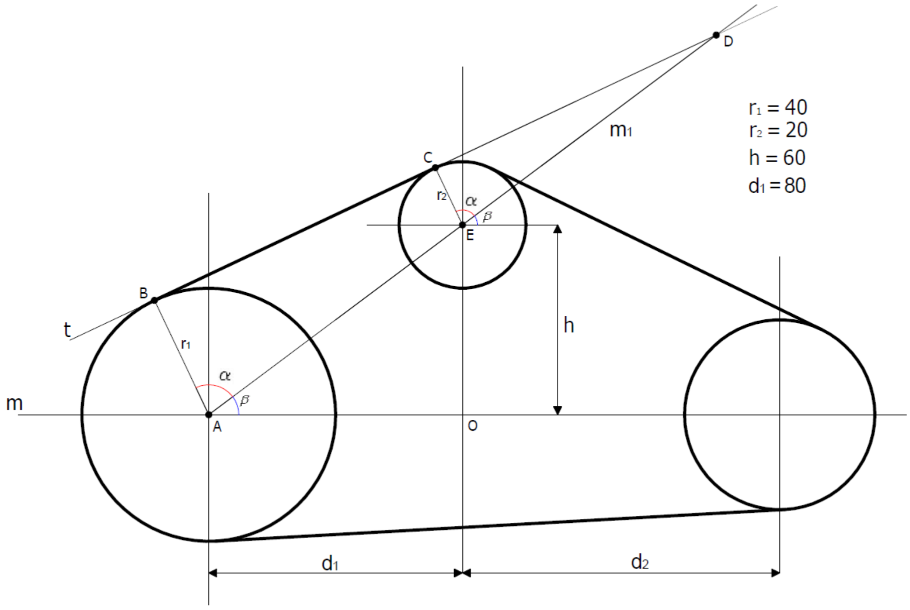
$$\alpha = \widehat{CAB} + \widehat{0AD} = 50,77 + 18,44 = 69,21^o$$

$$\beta = \widehat{ADO} - \widehat{CDE} = 71,56 - 50,77 = 20,79^o$$

La semicirconferenza superiore della puleggia $\mathbf{r_1}$ è avvolta dalla cinghia per un angolo di 180 – 69,21 = **110,79°.**

Sulla semicirconferenza sinistra della puleggia $\mathbf{r_2}$ abbiamo un angolo di avvolgimento di **20,79°.**

Esempio 3



Le distanze **h** e $\mathbf{d_1}$ formano il triangolo rettangolo **OAE**:

$$AE = \sqrt{AO^2 + EO^2} = \sqrt{80^2 + 60^2} = 100$$

I segmenti **AB** $(\mathbf{r_1})$ e **CE** $(\mathbf{r_2})$ sono perpendicolari alla retta **t**, tangente alle pulegge $\mathbf{r_1}$ ed $\mathbf{r_2}$; di conseguenza entrambi formano l' angolo α con la retta $\mathbf{m_1}$; avremo quindi i triangoli rettangoli **BAD** e **CED**, tra loro simili.
Applicando i criteri di similitudine ricaviamo l' equazione che ci permette di calcolare l' ipotenusa ED, quindi l' angolo α .

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{AE + ED}{ED} \qquad cos\alpha = \frac{r_2}{ED} = \frac{20}{100} = 0,2 \qquad \alpha = 78,46^o$$

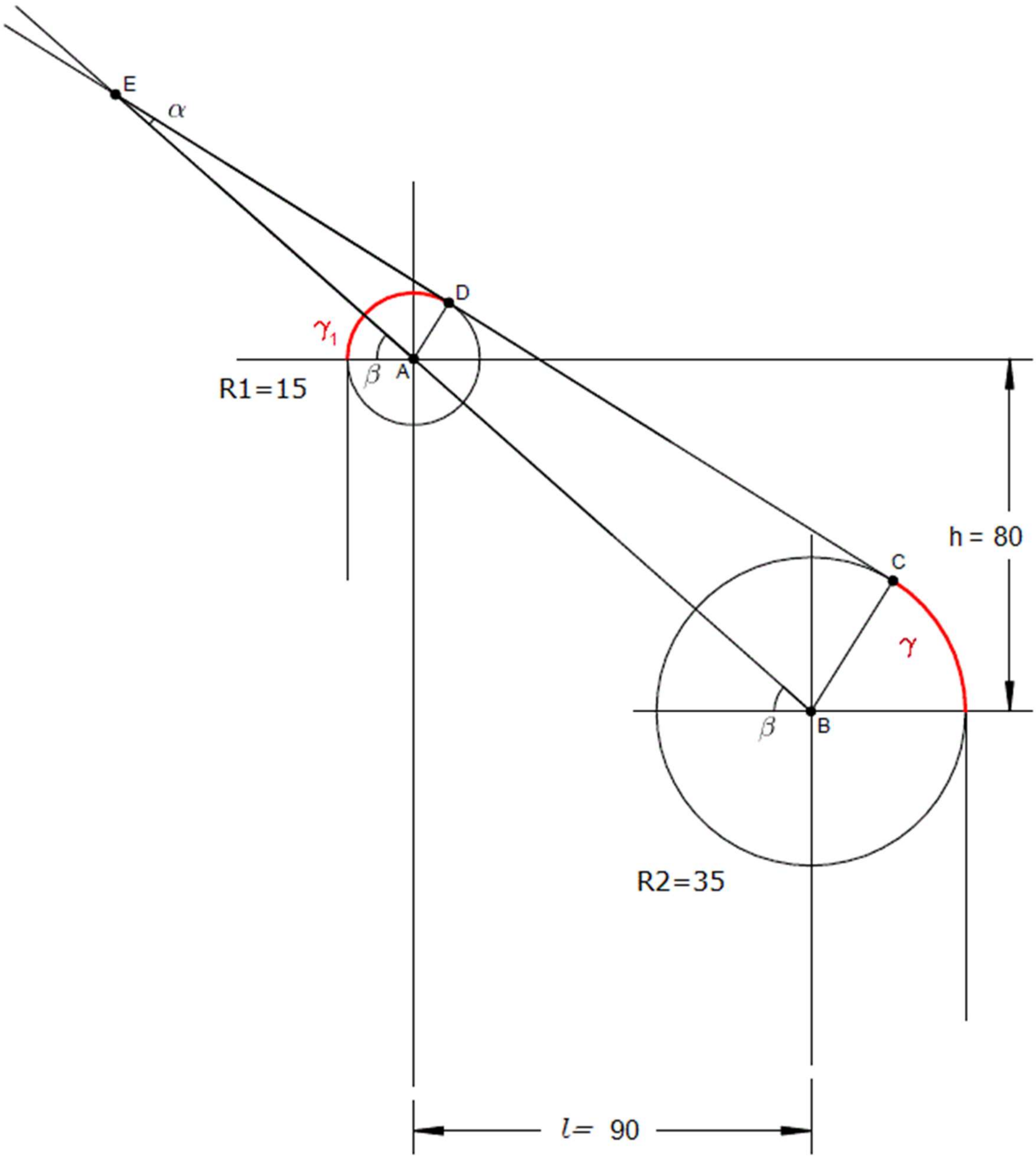
$$\frac{40}{20} = \frac{100 + ED}{ED} \qquad cos\beta = \frac{AO}{AE} = \frac{80}{100} = 0,8 \qquad \beta = 36,87^o$$

$$ED = 100$$

La semicirconferenza superiore della puleggia $\mathbf{r_1}$ è avvolta dalla cinghia per un angolo pari a 180° — $(\beta + \alpha)$ = 64,67°.
La semicirconferenza superiore della puleggia $\mathbf{r_2}$ è avvolta dalla cinghia per un angolo pari a $(\beta + \alpha)$ = 115,33°.

Esempio 4

Sapendo i raggi delle due pulegge R1 ed R2 e le quote l ed h, calcolare gli angoli di aderenza *(γ, γ_1)* e la lunghezza del tratto DC.



AD = 15; BC = 35; $A\overline{D}E = 90°$; $B\overline{C}E = 90°$

AB = $\sqrt{h^2 + l^2} = \sqrt{80^2 + 90^2} = 120{,}416$

I triangoli rettangoli ADE e BCE sono simili perché hanno in comune l’ angolo in E, quindi:

$$\frac{BC}{AD} = \frac{AB + AE}{AE} \qquad \frac{35}{15} = \frac{120{,}416 + AE}{AE} \qquad AE = 90{,}312$$

$$\sin \propto\, = \frac{AB}{AE} = \frac{15}{90{,}312} \qquad \propto\, = 9{,}561° \qquad E\overline{A}D = E\overline{B}C = 90 - 9{,}561 = 80{,}439°$$

$$ED = \sqrt{AE^2 + AD^2} = \sqrt{90{,}312^2 + 15^2} = 89{,}05$$

$$\sin \beta = \frac{h}{AB} = \frac{80}{120{,}416} \qquad \beta = 41{,}634°$$

$$\gamma = 180 - \left(\beta + E\overline{B}C\right) = 180 - 122{,}073 = 57{,}927°$$

$$\gamma_1 = \beta + E\overline{A}D = 41{,}634 + 80{,}439 = 122{,}073°$$

$$EB = AE + AB = 90{,}312 + 120{,}416 = 210{,}728$$

$$EC = EB * \cos \propto\, = 210{,}728 * \cos 9{,}561 = 207{,}801$$

$$DC = EC - ED = 207{,}801 - 89{,}05 = 118{,}751$$