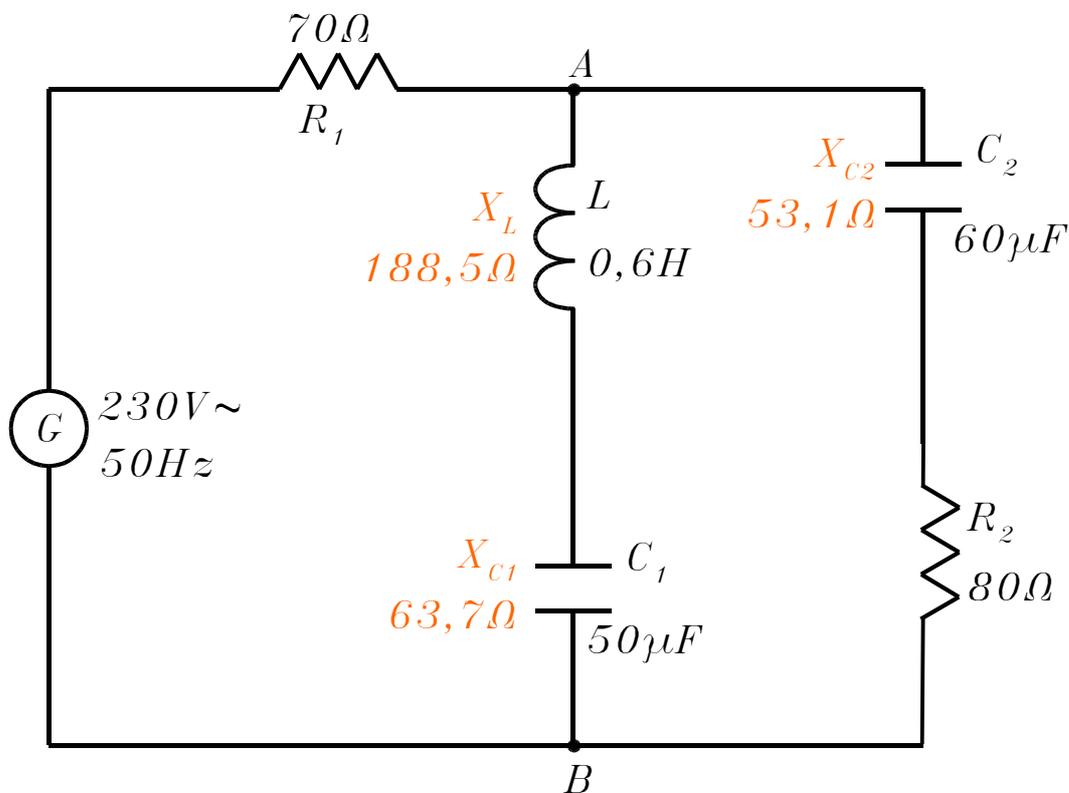


## Risoluzione dei circuiti in corrente alternata



Si calcolano le reattanze induttive e capacitive ( $X_L$ ,  $X_C$ ):

$$X_L = 2\pi fL = 2\pi * 50 * 0,6 = 188,5\Omega$$

$$X_{C1} = \frac{1}{2\pi fC_1} = \frac{1}{2\pi * 50 * 50 * 10^{-6}} = 63,7\Omega$$

$$X_{C2} = \frac{1}{2\pi fC_2} = \frac{1}{2\pi * 50 * 60 * 10^{-6}} = 53,1\Omega$$

$$\bar{Z}_{R1} = 70$$

$$\bar{Z}_L = 188,5j$$

$$\bar{Z}_{C1} = -63,7j$$

$$\bar{Z}_{C2} = -53,1j$$

$$\bar{Z}_{R2} = 80$$

**N.B.** : la resistenza o la reattanza di ogni singola impedenza corrisponde al modulo:

$$|Z_R| = R \quad |Z_C| = X_C \quad |Z_L| = X_L$$

Utilizzando il metodo dei partitori si calcola l' impedenza equivalente totale (*vista dai capi del generatore*).

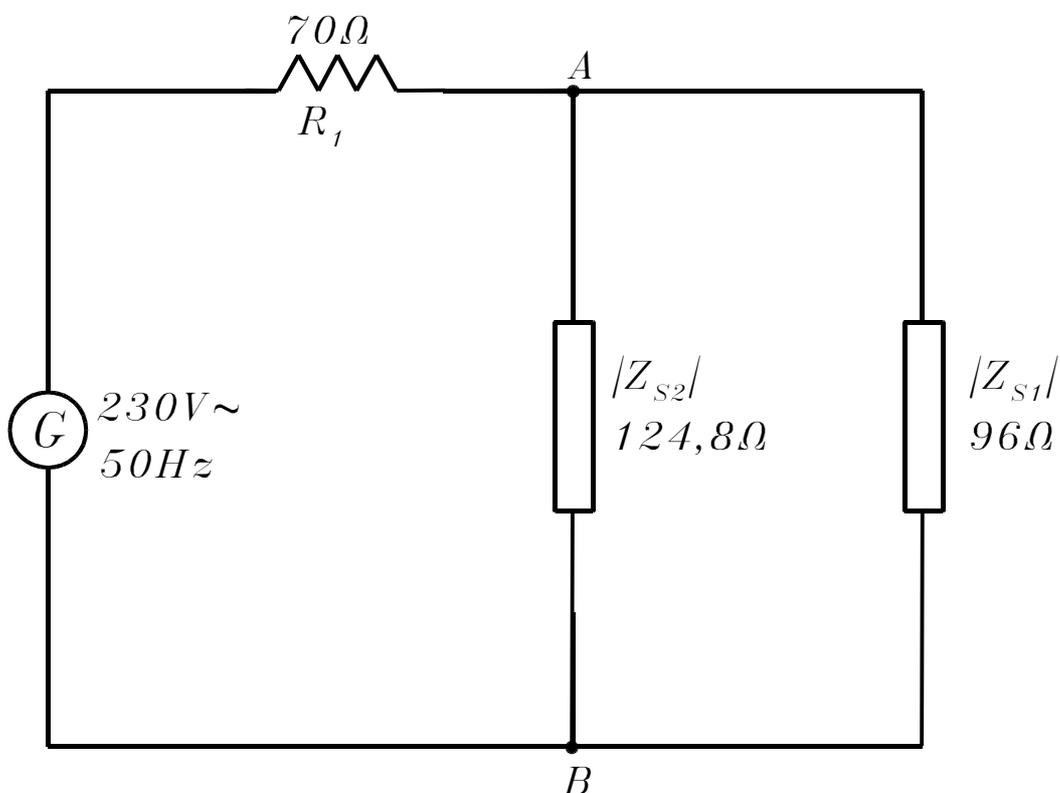
$Z_{C2}$  è in serie con  $Z_{R2}$  , mentre  $Z_L$  è in serie con  $Z_{C1}$ :

$$\bar{Z}_{S1} = \bar{Z}_{C2} + \bar{Z}_{R2} = 80 - 53,1j \quad |Z_{S1}| = \sqrt{80^2 + 53,1^2} = 96\Omega$$

$$\bar{Z}_{S2} = \bar{Z}_L + \bar{Z}_{C1} = 188,5j - 63,7j = 124,8j$$

$$|Z_{S2}| = 124,8\Omega$$

**Importante:** per il calcolo dell' impedenza equivalente non si prendono in considerazione i moduli, ma i numeri complessi delle impedenze.



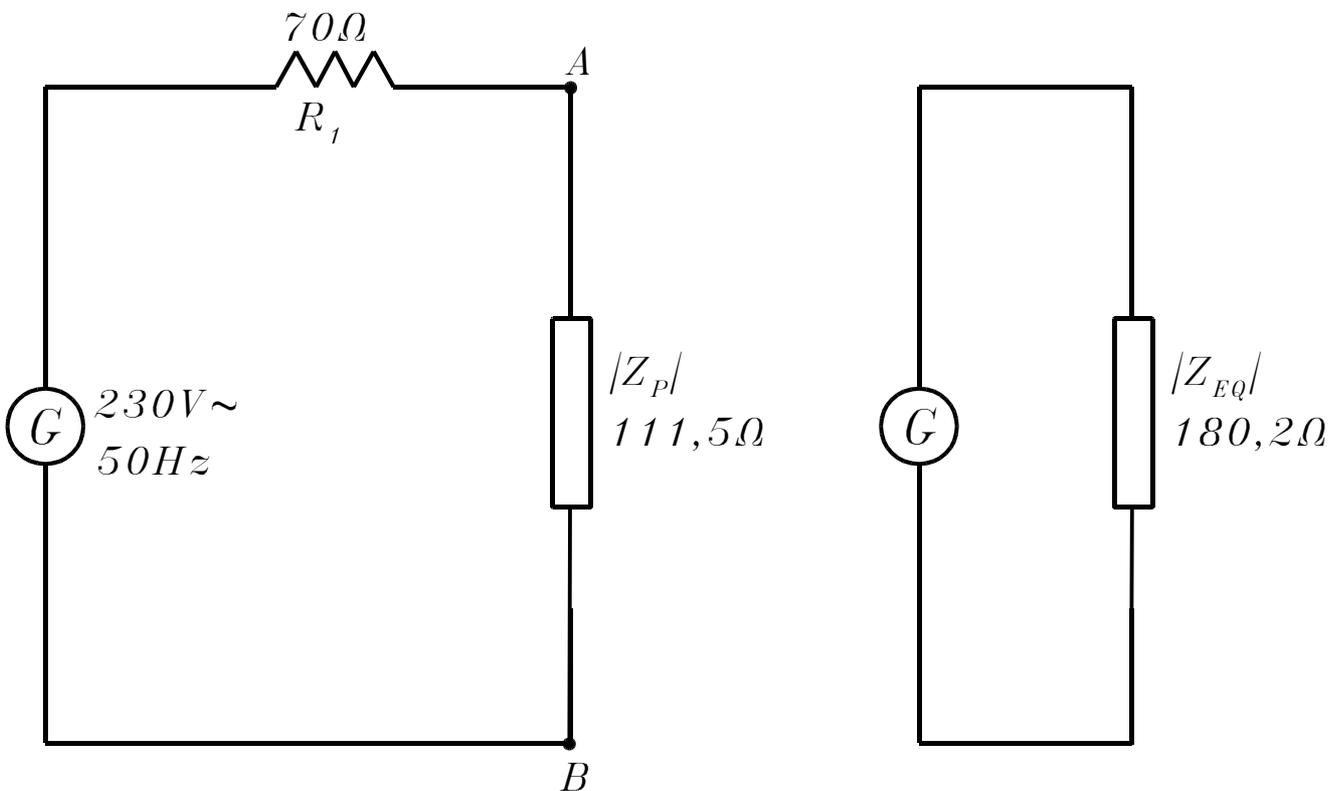
$Z_{S1}$  e  $Z_{S2}$  sono in parallelo:

$$\bar{Z}_P = \frac{\bar{Z}_{S1} * \bar{Z}_{S2}}{\bar{Z}_{S1} + \bar{Z}_{S2}} = \frac{(80 - 53,1j) * 124,8j}{80 - 53,1j + 124,8j} = 108 + 28j$$

$$|Z_P| = \sqrt{108^2 + 28^2} = 111,5 \Omega$$

$Z_P$  è in serie con  $Z_{R1}$ :  $\bar{Z}_{EQ} = \bar{Z}_{R1} + \bar{Z}_P = 70 + 108 + 28j = 178 + 28j$

$$|Z_{EQ}| = \sqrt{178^2 + 28^2} = 180,2 \Omega$$



Per calcolare le tensioni e correnti valgono le stesse leggi dei circuiti in continua, ma si opera con i numeri complessi. Mentre il vettore che rappresenta l' impedenza ha una posizione fissa, i vettori tensione e corrente ruotano intorno all' origine degli assi del piano immaginario. Si considera quindi un determinato istante. In altre parole si stabilisce un argomento a piacere per la tensione ai capi del generatore ( $V_G$ ) e si calcola il numero complesso corrispondente. A questo punto, applicando le leggi di Ohm e Kirchhoff, si calcolano i numeri complessi (quindi i valori istantanei) di tutte le altre tensioni e correnti.

La corrente che circola nel ramo principale ( $I_G$ ) è data dal rapporto tra la tensione ai capi del generatore ( $V_G$ ) e l' impedenza equivalente totale.

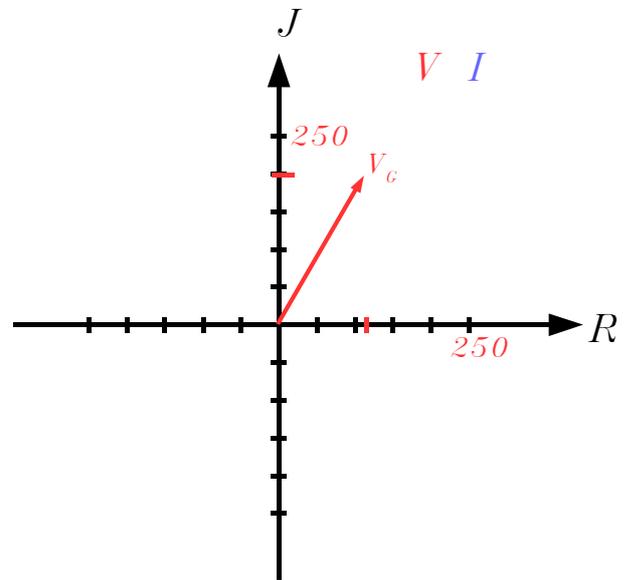
**Consideriamo l' istante  $t_0$**  in cui  $V_G$  si trova a  $60^\circ$ :

$$|V_G| = 230V \quad \varphi_{V_G} = 60^\circ \quad \bar{V}_G = a + bJ$$

$$a = |V_G| \cdot \cos\varphi = 230 \cdot \cos 60^\circ = 115$$

$$b = |V_G| \cdot \sin\varphi = 230 \cdot \sin 60^\circ = 199,2$$

$$\bar{V}_G = 115 + 199,2J \quad V_{G(t)} = 199,2V$$



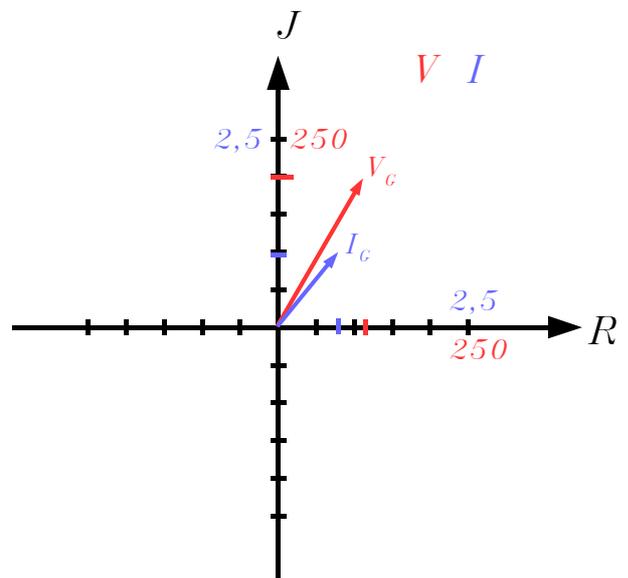
$$\bar{I}_G = \frac{\bar{V}_G}{\bar{Z}_{EQ}} = \frac{115 + 199,2J}{178 + 28J} = 0,8 + 0,99J \quad I_{G(t)} = 0,99A$$

$$|I_G| = \sqrt{0,8^2 + 0,99^2} = 1,27A$$

$$\cos\varphi_{IG} = \frac{0,8}{1,27} = 0,63$$

$$\sin\varphi_{IG} = \frac{0,99}{1,27} = 0,78$$

$$\varphi_{IG} = 51^\circ$$



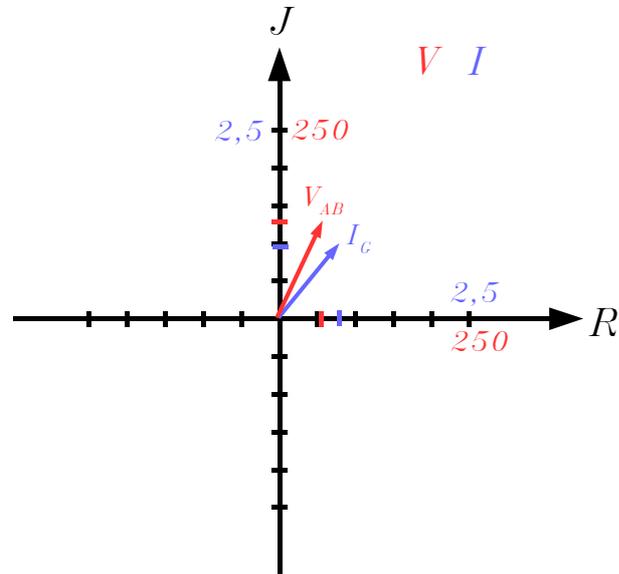
**Nell' istante considerato**  $V_G$  ha un valore di 199,2 Volt con un argomento di  $60^\circ$  (che avevamo stabilito a piacere);  $I_G$  ha un valore di 0,99A con un argomento di  $51^\circ$ . Da notare che l' angolo di sfasamento ( $9^\circ$ ) tra tensione e corrente corrisponde all' argomento dell' impedenza ( $Z_{EQ}$ ) che lega le due grandezze.

Per calcolare  $V_{AB}$  moltiplichiamo  $I_G$  per  $Z_p$  (*partitore di tensione*):

$$\bar{V}_{AB} = \bar{I}_G * \bar{Z}_P = (0,8 + 0,99j) * (108 + 28j) = 58,7 + 129,3j$$

$$V_{AB(t)} = 129,3V$$

$$|V_{AB}| = 142V \quad \phi_{VAB} = 65,6^\circ$$



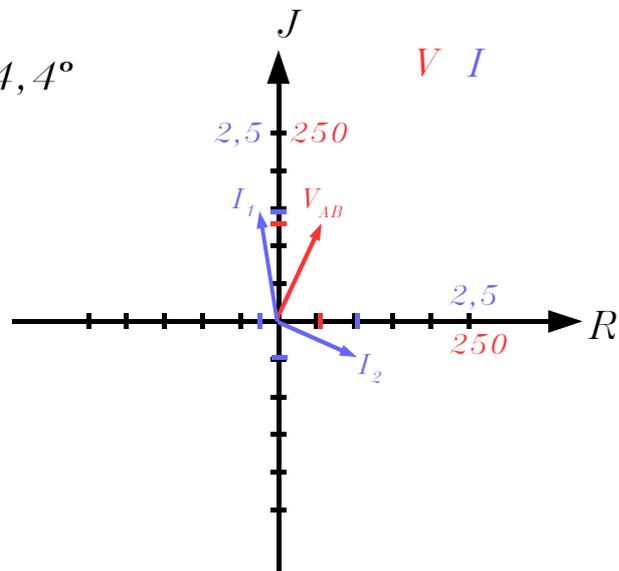
A questo punto calcoliamo le correnti  $I_1$  e  $I_2$ :

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{V}_{AB}}{\bar{Z}_{S1}} = \frac{58,7 + 129,3j}{80 - 53,1j} = -0,24 + 1,46j \quad I_{1(t)} = 1,46A$$

$$|I_1| = 1,48A \quad \phi_{I1} = 99,2^\circ$$

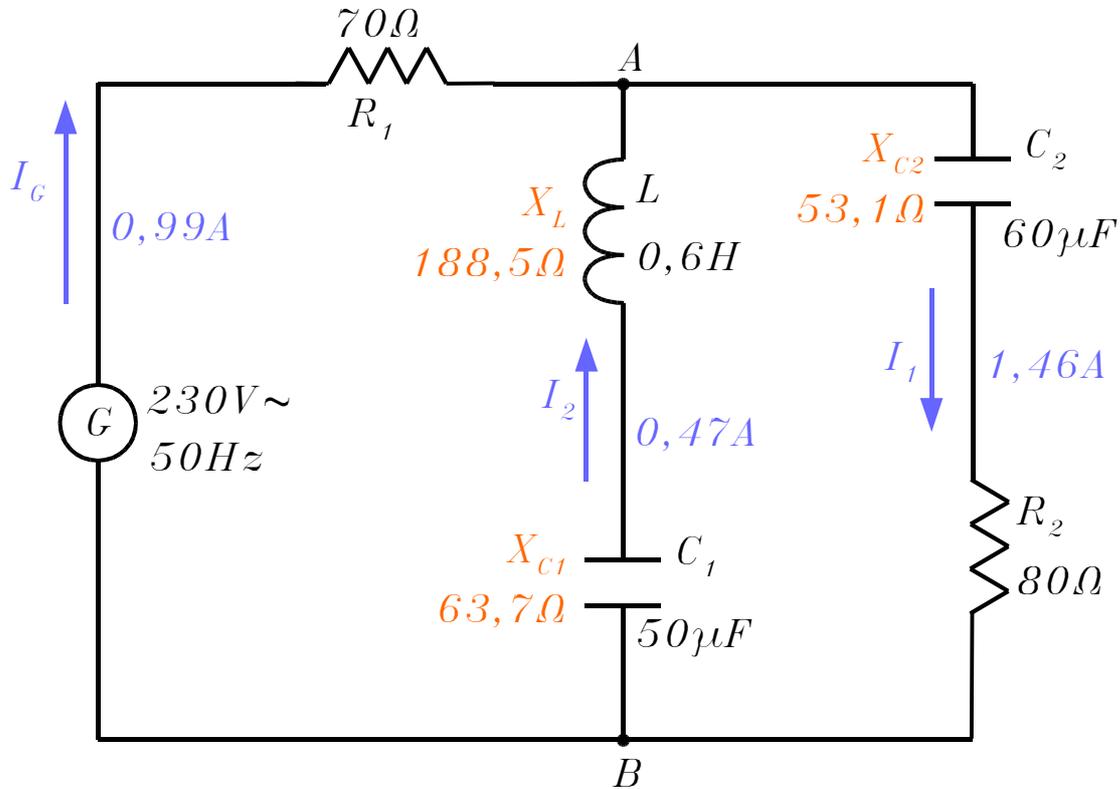
$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{V}_{AB}}{\bar{Z}_{S2}} = \frac{58,7 + 129,3j}{124,8j} = 1,04 - 0,47j \quad I_{2(t)} = -0,47A$$

$$|I_2| = 1,14A \quad \phi_{I2} = -24,4^\circ$$



Una volta calcolati i valori istantanei si sceglie a piacere il verso di una qualsiasi corrente: i versi delle altre due devono essere tali da soddisfare il 1° principio di Kirchhoff.

Lo schema qui sotto mostra i valori ed i versi delle correnti relativi **all' istante  $t_0$** :



Ora **consideriamo l' istante  $t_1$**  in cui il sistema risulta ruotato di  $+120^\circ$  rispetto all' istante  $t_0$ .

In questo caso per ciascuna corrente calcoliamo il numero complesso conoscendo il modulo e l' argomento:

$$|I_G| = 1,27A \quad \varphi_{I_G} = 171^\circ \quad (51^\circ + 120^\circ)$$

$$\bar{I}_G = |I_G| * \cos \varphi_{I_G} + J * |I_G| * \sin \varphi_{I_G} = -1,25 + 0,2J \quad I_{G(t)} = 0,2A$$

$$|I_1| = 1,48A \quad \varphi_{I_1} = 219,2^\circ \quad (99,2^\circ + 120^\circ)$$

$$\bar{I}_1 = |I_1| * \cos \varphi_{I_1} + J * |I_1| * \sin \varphi_{I_1} = -1,15 - 0,94J \quad I_{1(t)} = -0,94A$$

$$|I_2| = 1,14A \quad \varphi_{I_2} = 95,6^\circ \quad (-24,4^\circ + 120^\circ)$$

$$\bar{I}_2 = |I_2| * \cos \varphi_{I_2} + J * |I_2| * \sin \varphi_{I_2} = -0,11 + 1,13J \quad I_{2(t)} = 1,13A$$

Il valore della corrente  $I_G$  è positivo in entrambi gli istanti, quindi il verso rimane invariato. La corrente  $I_1$  è positiva nell' istante  $t_0$  e negativa nell' istante  $t_1$ : di conseguenza scorrerà nel verso opposto. Lo stesso discorso vale per la corrente  $I_2$ . Lo schema sotto mostra i valori ed i versi delle correnti **nell' istante  $t_1$** .

	$t_0$	$t_1$
$I_G(t)$	$0,99A$	$0,2A$
$I_1(t)$	$1,46A$	$-0,94A$
$I_2(t)$	$-0,47A$	$1,13A$

